Anorganische Experimentalchemie
Lösung zur 2. Übung:
Mathematik, Thermodynamik, Ideale Gasgleichung

1. Mathematik, Basics Differentiale:
Leiten Sie zweimal ab!

a) $f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$

b) $f(x) = 2x^{-2} + 4x^{-6}$

c) $f(x) = 3x^{2/3} - x^{7/8}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 9\sqrt[4]{x^3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Lösung:

a) $f'(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x - 2$
$f''(x) = 60x^2 - 24x + 6$

b) $f'(x) = -4x^{-3} - 24x^{-7}$
$f''(x) = 12x^{-4} + 168x^{-8}$

c) $f'(x) = 2/3 \cdot 3x^{2/3-1} - 7/8 \cdot x^{7/8-1} = 2 \cdot x^{-1/3} - 7/8 \cdot x^{-1/8}$
$f''(x) = -2/3 \cdot x^{-4/3} + 7/64 \cdot x^{-9/8}$

d) $f(x) = x^{1/3} - 9 \cdot x^{3/4}$
$f'(x) = 1/3 \cdot x^{-2/3} - 27/4 \cdot x^{-1/4}$
$f''(x) = -2/9 \cdot x^{-5/3} + 27/16 \cdot x^{-5/4}$

e) $f(x) = x^{-2}$
$f'(x) = -2 \cdot x^{-3}$
$f''(x) = 6 \cdot x^{-4}$

2. Mathematik, Basics, Integrale

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

a) $\int_0^4 x^2+2x\ dx$ b) $\int_1^2 5-\frac{2}{x^2}\ dx$

c) $\int_0^3 \sqrt{x}\ dx$ d) $\int_1^2 (x^2+1)\cdot\sqrt{x}\ dx$

Lösung:

a) $\int_0^4 x^2+2x\ dx = \left[\frac{x^3}{3}+x^2\right]_0^4 = \frac{64}{3}+16-0 = \frac{112}{3} = 37\frac{1}{3}$

b) $\int_1^2 5-\frac{2}{x^2}\ dx = \left[5x+\frac{2}{x}\right]_1^2 = (10+\frac{2}{2})-(5+2) = 4$

c) $\int_0^3 \sqrt{x}\ dx = \left[\frac{2}{3}\cdot x^{\frac{3}{2}}\right]_0^3 = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{27}-0 = 2\cdot\sqrt{3}$

d) $\int_1^2 (x^2+1)\cdot\sqrt{x}\ dx = \int_1^2 x^{\frac{5}{2}}+x^{\frac{1}{2}}\ dx = \left[\frac{2}{7}\cdot x^{\frac{7}{2}}+\frac{2}{3}\cdot x^{\frac{3}{2}}\right]_1^2 =$

$(\frac{16\sqrt{2}}{7}+\frac{4\sqrt{2}}{3})-(\frac{2}{7}+\frac{2}{3}) = \frac{76\sqrt{2}-20}{21}$

3. Erläutern sie:

a) Welche thermodynamische Energie-Größe drückt die Spontanität einer chemischen Reaktion aus?

b) Unter welchen Voraussetzungen kann eine endotherme Reaktion spontan ablaufen?

Lösung:

a) $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$

$\Delta G < 0$: exergonisch (spontan)

$\Delta G > 0$: endergonisch

b) Nur bei hohen Temperaturen oder wenn Entropie S stark zunimmt

4. Welche Wärmemenge wird freigesetzt, wenn 1 g Hydrazin (N_2H_4) verbrennt?
$N_2H_4 + O_2 \rightarrow N_2 + 2\ H_2O$ $\Delta H = -622{,}4\ kJ\ mol^{-1}$

Lösung:

M (N_2H_4) = 2 · 14,007 g mol^{-1} + 4 · 1,0079 g mol^{-1} = 32,0456 g mol^{-1}

n = m / M = 1 g / 32,0456 g mol^{-1} = 0.03121 mol

Q = n · ΔH = 0.03121 mol · -622,4 kJ mol^{-1} = -19,43 kJ

5. Die Zersetzung von Natriumazid verläuft nach:

$2\ NaN_3 \rightarrow 2\ Na + 3\ N_2$ $\quad \Delta_R H = -42{,}7$ kJ

a) Wie groß ist der ΔH-Wert, um 1,50 kg N_2 zu erhalten?

b) Welches Volumen hat diese Menge Stickstoff bei Normalbedingungen?

Lösung:

a) für N_2 ist M = 2 · 14,0 g mol^{-1} = 28,0 g mol^{-1}

n = m / M = 1500 g / 28,0 g mol^{-1} = 53,57 mol

Bildung von 3 mol N_2: −42,7 kJ mol^{-1}

Bildung von 53,57 mol N_2: −42,7 kJ · 53,57 mol / 3 mol = −762,5 kJ

b) n • V_m = 53,57 mol * 22,4 L/mol = 1200 L

6. Butangas (C_4H_{10}, $\Delta_f H$ = -126 kJ mol^{-1}) verbrennt mit Sauerstoff zu Kohlendioxid ($\Delta_f H$ (CO_2(g)) = -393 kJ mol^{-1}), und Wasserdampf $\Delta_f H$ (H_2O(g)) = -242 kJ mol^{-1}). R = 8.314 J K^{-1} mol^{-1}

a) Formulieren Sie die korrekte Reaktionsgleichung!

$C_4H_{10} + 13/2\ O_2 \rightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$

b) Wie hoch ist die Reaktionsenthalpie?

$\Delta_R H = [4\cdot(-393) + 5\cdot(-242)] - [1\cdot(-126) + 13/2\cdot(0)] = -2656$ kJ/mol

7. Was beschreibt der Satz von Hess?

Lösung:

Der Satz von Hess besagt, dass der Weg einer chemischen Reaktion keinen Einfluss auf die Reaktionsenthalpie der Gesamtreaktion hat. Die Reaktionsenthalpie der Gesamtreaktion ist somit auch von der Anzahl der Teilreaktionen unabhängig. Die Enthalpie-Änderung der gesamten Reaktion ist die Summe der Reaktionsenthalpie der einzelnen Teilreaktionen.

8. Berechnen Sie ΔH für die Reaktion

$CS_2 + 2\ H_2O \rightarrow CO_2 + 2\ H_2S$

mit Hilfe der Gleichungen:

$H_2S + 3/2\ O_2 \rightarrow H_2O + SO_2$ $\quad \Delta H = -562{,}6$ kJ mol^{-1}

$CS_2 + 3\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2\ SO_2$ $\quad \Delta H = -1075{,}2$ kJ mol^{-1}

Lösung:

1x $CS_2 + 3\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2\ SO_2$ $\quad$ -1075,2 kJ mol^{-1}

2x $H_2O + SO_2 \rightarrow H_2S + 3/2\ O_2$ $\quad$ 2 · +562,6 kJ mol^{-1}

$CS_2 + 2\ H_2O \rightarrow CO_2 + 2\ H_2S$ $\quad \Delta H$ = +50,0 kJ mol^{-1}

9. Berechnen Sie die Standard-Bildungsenthalpie für Calciumcyanamid ($CaCN_2$), mit Hilfe folgender Angaben:

$CaCO_3 + 2\ NH_3 \rightarrow CaCN_2 + 3\ H_2O$ **$\Delta_R H° = +90{,}1\ kJ\ mol^{-1}$**

$CaCO_3$ **$\Delta_f H° = -1206{,}3\ kJ\ mol^{-1}$**

NH_3 **$\Delta_f H° = -46{,}19\ kJ\ mol^{-1}$**

H_2O **$\Delta_f H° = -241{,}8\ kJ\ mol^{-1}$**

Lösung:

$\Delta H°(\text{Reaktion}) = \Sigma(\Delta H°(\text{Produkte}) - \Sigma(\Delta H°(\text{Edukte})$

$+90{,}1\ kJ\ mol^{-1} = (\Delta H°(CaCN_2) + 3 \cdot (-241{,}8\ kJ\ mol^{-1}) - (-1206{,}3\ kJ\ mol^{-1} + 2 \cdot (-46{,}19\ kJ\ mol^{-1}))$

$(\Delta_f H°(CaCN_2) = +90{,}1\ kJ\ mol^{-1} - 3 \cdot -241{,}8\ kJ\ mol^{-1}) + (-1206{,}3\ kJ\ mol^{-1} + 2 \cdot -46{,}19\ kJ\ mol^{-1})$

$815{,}5\ kJ\ mol^{-1} + (-1298{,}68\ kJ\ mol^{-1})$

$\Delta_f H°(CaCN_2) = -483{,}18\ kJ\ mol^{-1}$

10. In einem Kolben sind 0,80 l Gas mit einem Druck von 980 mbar bei einer Temperatur von 25 °C eingeschlossen (Zustand 1). Durch Wärmezufuhr steigt der Kolben nach oben, sodass das Gasvolumen 1,70 l beträgt (Zustand 2).

a) Welche Temperatur hat das Gas in Zustand 2, wenn...
a1) ...der Druck konstant bleibt?
a2) ...der Druck sich verdoppelt?
a3) ...der Druck auf 1,80 bar ansteigt?

b) Um welches Gas handelt es sich, wenn die gemessene Masse des Gases 1.4 g beträgt?

c) Anschließend wird das System abgekühlt bis die Gastemperatur 0 °C und der Druck 820 mbar beträgt (Zustand 3). Welches Volumen hat nun der Kolben?

Lösung:

a1) Ideale Gasgleichung: $p*V = n*R*T \rightarrow V_1/T_1 = V_2/T_2$

$T_2 = V_2 * T_1 / V_1 = 1{,}7\ L * 298K / 0{,}8\ L =$ 633 K

a2) $p_1 * V_1/T_1 = p_2 * V_2/T_2$

$T_2 = 2 * V_2 * T_1 / V_1 = 2 * 1{,}7\ L * 298K / 0{,}8\ L =$ 1267 K

a3) $T_2 = p_2 * V_2 * T_1 / p_1 * V_1 = 1{,}8\ bar * 1{,}7\ L * 298K / 0{,}98\ bar * 0{,}8\ L =$ 1163 K

b) Näherung: nahezu 1 atm (1013 mbar)

$V_m = 24{,}4\ L/mol \rightarrow n = 0{,}8\ L / 24{,}45\ L/mol = 0{,}0327\ mol$

$n = m / M \rightarrow M = m/n = 1{,}4\ g / 0{,}0327 = 42{,}81\ g/mol \rightarrow 44\ g/mol =$ z.B. CO_2

c) $p_1 * V_1 / T_1 = p_2 * V_2 / T_2$

$V_2 = T_2 * p_1 * V_1 / (T_1 * p_2)$

$V_2 = 273\ K * 1{,}8\ bar * 1{,}7L / 1163\ K * 0{,}82\ bar =$ 0,876 L