

Anorganische Experimentalchemie
2. Übung:
Mathematik, Kinetik, Bohrsches Atommodell

1. Mathematik, Basics Differentiale:

Leiten Sie zweimal ab!

a) $f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$

b) $f(x) = 2x^{-2} + 4x^{-6}$

c) $f(x) = 3x^{2/3} - x^{7/8}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 9\sqrt[4]{x^3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Lösung:

a) $f'(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x - 2$

$f''(x) = 60x^2 - 24x + 6$

b) $f'(x) = -4x^{-3} - 24x^{-7}$

$f''(x) = 12x^{-4} + 168x^{-8}$

c) $f'(x) = \frac{2}{3} \cdot 3x^{2/3-1} - \frac{7}{8} \cdot x^{7/8-1} = 2 \cdot x^{-1/3} - \frac{7}{8} \cdot x^{-1/8}$

$f''(x) = -\frac{2}{3} \cdot x^{-4/3} + \frac{7}{64} \cdot x^{-9/8}$

d) $f(x) = x^{1/3} - 9 \cdot x^{3/4}$

$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-2/3} - \frac{27}{4} \cdot x^{-1/4}$

$f''(x) = -\frac{2}{9} \cdot x^{-5/3} + \frac{27}{16} \cdot x^{-5/4}$

e) $f(x) = x^{-2}$

$f'(x) = -2 \cdot x^{-3}$

$f''(x) = 6 \cdot x^{-4}$

2. Mathematik, Basics, Integrale

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

a) $\int_0^4 x^2 + 2x \, dx$

b) $\int_1^2 5 - \frac{2}{x^2} \, dx$

c) $\int_0^3 \sqrt{x} \, dx$

d) $\int_1^2 (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \, dx$

Lösung:

1. a) $\int_0^4 x^2 + 2x \, dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^4 = \frac{64}{3} + 16 - 0 = \frac{112}{3} = 37\frac{1}{3}$

b) $\int_1^2 5 - \frac{2}{x^2} \, dx = \left[5x + \frac{2}{x} \right]_1^2 = \left(10 + \frac{2}{2} \right) - \left(5 + 2 \right) = 4$

c) $\int_0^3 \sqrt{x} \, dx = \left[\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \right]_0^3 = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{27} - 0 = 2 \cdot \sqrt{3}$

d) $\int_1^2 (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \, dx = \int_1^2 x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{1}{2}} \, dx = \left[\frac{2}{7} \cdot x^{\frac{7}{2}} + \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \right]_1^2 =$
 $\left(\frac{16\sqrt{2}}{7} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{2}{3} \right) = \frac{76\sqrt{2} - 20}{21}$

3. Erstellen Sie die entsprechenden Reaktionsgleichungen. Kennzeichnen Sie durch Pfeile die Richtung, in die sich das Gleichgewicht infolge der angegebenen Änderung verlagert!

(1) Kohlenstoff reagiert mit Wasser zu Kohlenmonoxid und Wasserstoff.

(2) Stickstoff und Wasserstoff reagieren zu Ammoniak.

(3) Kohlenstoffmonoxid und Wasser reagieren zu Kohlenstoffdioxid und Wasserstoff.

(4) Kohlenstoffdioxid und Kohlenstoff reagieren zu Kohlenstoffmonoxid.

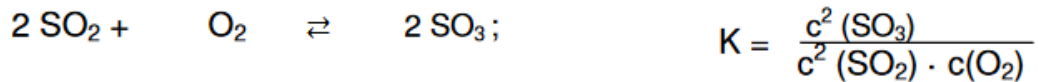
Reaktionsgleichung	ΔH in kJ/mol	Verschiebung bei Erhöhung	
		...der Temperaturder Konzentration an
⁽¹⁾ $C + H_2O \rightleftharpoons CO + H_2$	+ 175,4	\longrightarrow	$H_2O \longrightarrow$
⁽²⁾ $N_2 + 3 H_2 \rightleftharpoons 2 NH_3$	- 92,0	\longleftarrow	$H_2 \longrightarrow$
⁽³⁾ $CO + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2$	- 2,9	\longleftarrow	$CO \longrightarrow$
⁽⁴⁾ $CO_2 + C \rightleftharpoons 2 CO$	+ 172,4	\longrightarrow	$CO \longleftarrow$

4. Massenwirkungsgesetz und Gleichgewichtskonstante

Formulieren Sie für folgenden Gleichgewichtsreaktion jeweils die Reaktionsgleichung und das Massenwirkungsgesetz!

Schwefeldioxid wird durch Luftsauerstoff zu Schwefeltrioxid oxidiert.

Lösung:



5. Für die Reaktion $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2 \text{NO}_2(\text{g})$ wurden bei 25°C folgende Konzentrationen für ein im Gleichgewicht befindliches Gemisch gefunden:

$$c(\text{N}_2\text{O}_4) = 4,27 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$c(\text{NO}_2) = 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

Wie groß ist K_c bei 25°C ?

Lösung:
$$K_c = \frac{c^2(\text{NO}_2)}{c(\text{N}_2\text{O}_4)} = \frac{(1,41 \cdot 10^{-2})^2 \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}}{4,27 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}} = 4,66 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

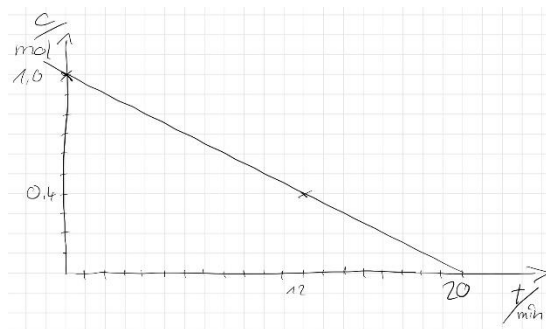
6. Die Spaltung von Bromethan zu Ethen und HBr an einem Zinkkatalysator ist eine Reaktion 0. Ordnung: $\text{C}_2\text{H}_5\text{Br} \rightarrow \text{C}_2\text{H}_4 + \text{HBr}$

Nach 12 min sind von anfänglich einem Mol Bromethan, noch 0,4 Mol vorhanden.

Zeichnen Sie ein Konzentrations-Zeit-Diagramm (y-Achse: c; x-Achse: t) dieser Reaktion. Wann ist kein Bromethan mehr vorhanden?

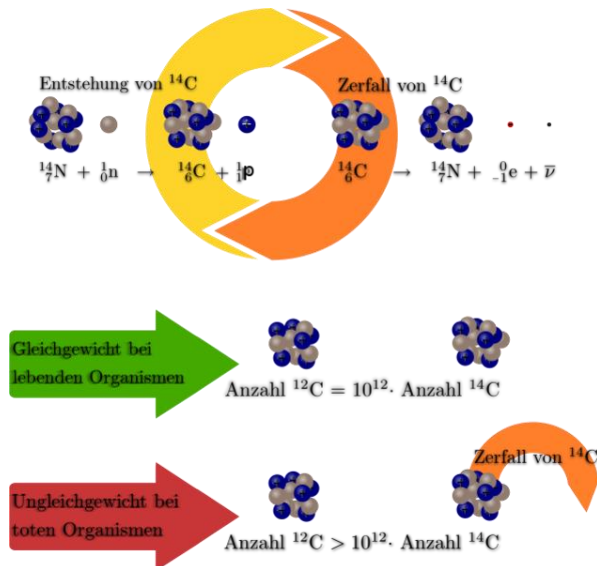
Lösung:

$$12 \text{ min} / 0,6 = 20 \text{ min}$$



7. Die Halbwertszeit des radioaktiven Zerfalls von ^{14}C (ein Prozess erster Ordnung) beträgt 5730 Jahre. In einer archäologischen Probe fand man Holz, welches nur noch 72% des ^{14}C Gehalts von lebenden Bäumen aufwies. Wie alt ist das Fundstück?

Lösung: Erste Ordnung
$$\frac{d[^{14}\text{C}]}{dt} = -k [^{14}\text{C}]$$
$$[^{14}\text{C}] = [^{14}\text{C}]_0 e^{-k t} \quad \rightarrow \ln \frac{[^{14}\text{C}]}{[^{14}\text{C}]_0} = -k t \quad \rightarrow \ln \frac{[^{14}\text{C}]_0}{[^{14}\text{C}]} = k t$$
$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad a = \text{Jahr}$$
$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{[^{14}\text{C}]_0}{[^{14}\text{C}]} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{[^{14}\text{C}]_0}{[^{14}\text{C}]} = \frac{5730 \text{ a}}{\ln 2} \ln \frac{[1,00]}{[0,72]} = 2720 \text{ a}$$

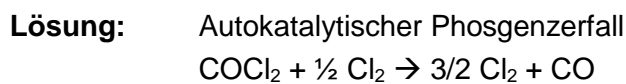


8. Wir betrachten erneut eine Reaktion erster Ordnung. Anfangskonzentration = 0,5 mol. Halbwertszeit = 40s. Welche Konzentration liegt nach 70 s vor?

Lösung: $k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{40\text{s}} = 0,01733 \text{ s}^{-1}$

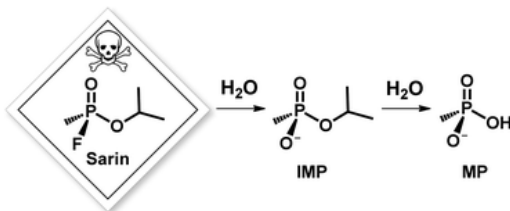
$[c] = [c]_0 e^{-k \cdot t} = 0,5 \cdot e^{-0,01733 \cdot 70} = 0,5 \cdot 0,2972 = 0,149 \text{ mol}$

9. Geben Sie ein Beispiel an für eine Reaktion mit einer Reaktionsordnung von 1.5



10. Die Reaktionsgeschwindigkeit der Sarin-Hydrolyse verläuft unter welchen Bedingungen schnell, langsam, mittel?

Lösung: Geschwindigkeit: alkalisch > sauer > neutral



11. Bohrsches Atommodell: n ist die Hauptquantenzahl. Der Atomradius r ist proportional zu n^x . Die Energie E ist proportional zu n^y . Welche Werte besitzen x und y?

Lösung: $x = 2$

$y = -2$